

## CALCULS

- On commence par les ( ), puis les multiplications ou divisions et enfin les additions ou soustractions.
  - On fait les calculs dans l'**ordre** lorsque l'expression ne comporte que des additions ou soustractions, et que des multiplications ou divisions.
- Ex :  $12 \times (10 - 2 \times 4) = 12 \times (10 - 8) = 12 \times 2 = 24$
- Diviser par une fraction c'est multiplier par son inverse.
- Ex : donner votre réponse sous forme irréductible !

$$\frac{5}{6} - \frac{2}{7} \div \frac{3}{4} = \frac{5}{6} - \frac{2}{7} \times \frac{4}{3} = \frac{5}{6} - \frac{8}{21} = \frac{35}{42} - \frac{16}{42} = \frac{19}{42}$$

## PUISSANCES

$$5^3 = 5 \times 5 \times 5 ; 7^1 = 7 ; 12^0 = 1 ; 10^5 = 100\,000$$

$$a^n \times a^m = a^{n+m} \quad \frac{a^n}{a^m} = a^{n-m} \quad (a^n)^m = a^{n \times m} \quad a^{-1} = \frac{1}{a}$$

- Pour multiplier 2 puissances d'un même nombre, on ajoute les exposants et pour diviser 2 puissances d'un même nombre, on soustrait les exposants.
- Pour prendre la puissance d'une puissance on multiplie les exposants.
- Notation scientifique** : un nombre avec un seul chiffre non nul avant la virgule, multiplié par une puissance de 10.

$$\rightarrow \frac{7 \times 10^3 \times 10^4}{5 \times 10^5} = 1,4 \times \frac{10^7}{10^5} = 1,4 \times 10^2$$



## STATISTIQUES

Voici les 13 pointures des élèves d'une classe rangées par ordre **CROISSANT** : 36 ; 36 ; 37 ; 37 ; 37 ; 38 ; **38** ; 39 ; 39 ; 39 ; 40 ; 41 ; 42

La fréquence de la pointure 39 est  $\frac{3}{13} \approx 0,23$

La moyenne de cette série est :

$$M = \frac{36 + 36 + \dots + 42}{13} = \frac{499}{13} \approx 38,4$$

L'étendue de cette série est :  $42 - 36 = 6$

Il y a 13 valeurs, la **médiane** qui partage la série en 2 groupes de **même** effectif, est la 7<sup>ème</sup> valeur soit 38. Il y a autant d'élèves qui chassent du 38 ou moins que d'élèves qui chassent du 38 ou plus.

## FONCTIONS

- nombre de départ
- x
- un antécédent
- abscisse



- fonction affine  $f : x \mapsto ax + b$  avec a **coef. directeur** et b **ordonnée à l'origine**
  - fonction linéaire  $f : x \mapsto ax$     ft constante  $f : x \mapsto b$
- Soit  $f : x \mapsto 2x - 7$  ex :  $f(5) = 2 \times 5 - 7 = 10 - 7 = 3$   
5 a pour image 3 par f et 3 a pour antécédent 5 par f

## CALCUL LITTÉRAL

→ Savoir calculer la valeur d'une expression :

Le volume d'un cylindre de rayon 3 cm et de hauteur 5 cm est donné par :  $V = \pi \times r^2 \times h$

$$V = \pi \times 3^2 \times 5 = \pi \times 9 \times 5 = 45\pi \approx 141 \text{ cm}^3 \text{ à } 1 \text{ cm}^3 \text{ près}$$

→ Savoir développer et réduire :

$$k(a+b) = k \times a + k \times b$$

$$(a+b)(c+d) = a \times c + a \times d + b \times c + b \times d$$

$$\begin{aligned} E &= 5(2x+3) & F &= (x+6)(x+2) \\ E &= 5 \times 2x + 5 \times 3 & F &= x \times x + x \times 2 + 6 \times x + 6 \times 2 \\ E &= 10x + 15 & F &= x^2 + 2x + 6x + 12 \\ & & F &= x^2 + 8x + 12 \end{aligned}$$

→ Savoir résoudre une équation

$$\begin{aligned} \frac{x}{7} &= \frac{30}{105} & 3x - 5 &= 7 \\ x &= \frac{7 \times 30}{105} = \frac{210}{105} = 2 & 3x - 5 + 5 &= 7 + 5 \\ S &= \{2\} & 3x &= 12 \\ & & x &= \frac{12}{3} = 4 \\ & & S &= \{4\} \end{aligned}$$

→ Savoir résoudre une inéquation

**ATTENTION**, si on divise ou multiplie les 2 membres d'une inégalité par un même nombre **NEGATIF**, il faut changer le sens de l'inégalité.

$$\begin{aligned} -5x &\leq 24 + 7x \\ -5x - 7x &\leq 24 \\ -12x &\leq 24 \\ x &\geq \frac{24}{-12} \\ x &\geq -2 \end{aligned}$$

## ARITHMETIQUE

- 21 est divisible par 3 car  $21 = 3 \times 7 + 0 \rightarrow$  reste = 0 !
- 21 n'est pas divisible par 4 car  $21 = 4 \times 5 + 1$
- Un nombre est **premier** lorsqu'il est divisible par exactement 2 nombres : 1 et par lui même.  
Exemples : 2, 3, 5, 7, 11... Cette liste est infinie.
- Pour décomposer 252 en facteurs premiers, on va déterminer ses diviseurs premiers dans l'ordre croissant  
On obtient ainsi :  $252 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 7 = 2^2 \times 3^2 \times 7$
- Pour rendre irréductible  $\frac{30}{252}$ , on va décomposer

numérateur et dénominateur en produit de facteurs premiers !

$$\frac{30}{252} = \frac{\cancel{2} \times \cancel{3} \times 5}{\cancel{2} \times 2 \times \cancel{3} \times 3 \times 7} = \frac{5}{2 \times 3 \times 7} = \frac{5}{42}$$

## POURCENTAGE

→ Savoir appliquer un pourcentage

75 % des 24 élèves d'une classe ont un téléphone. signifie que sur 100 élèves, 75 ont un téléphone !

$$\frac{75}{100} \times 24 = 18 \text{ Donc 18 élèves ont un téléphone.}$$

→ Savoir augmenter ou diminuer

Un bijoux affiché 79 € est soldé à - 20 %

$$\rightarrow \text{Montant de la remise : } \frac{20}{100} \times 79 = 15,8$$

→ Prix soldé :  $79 - 15,8 = 63,2$  €

→ Savoir calculer un pourcentage

Dans un collège de 600 élèves, 126 sont en 3<sup>ème</sup>. signifie que 126 élèves sur 600 sont en 3<sup>ème</sup>.

$$\frac{126}{600} \times 100 = 21 \text{ Donc 21 \% des élèves sont en 3}^{\text{ème}}.$$

## PROBABILITES

$$p = \frac{\text{nombre d'issues favorables}}{\text{nombre d'issues possibles}}$$

Dans un jeu de 32 cartes :

$$p(\text{Roi}) = \frac{4}{32} = \frac{1}{8} \quad p(\text{As de coeur}) = \frac{1}{32}$$



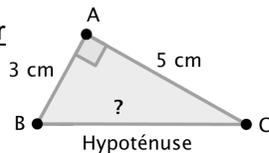
## PROPRIETE DE PYTHAGORE

→ Permet de calculer une longueur dans un triangle **rectangle**.

ABC est rectangle en A donc d'après la propriété de Pythagore,

$$\text{on a } BC^2 = AB^2 + AC^2 = 5^2 + 3^2 = 25 + 9 = 34$$

$$\text{d'où } BC = \sqrt{34} \approx 5,8 \text{ cm (à 1 mm près)}$$



## RACINES CARREES

$$\sqrt{4} = 2 ; \sqrt{9} = 3 ; \sqrt{16} = 4 ; \sqrt{25} = 5 ; \sqrt{36} = 6$$

$$\sqrt{49} = 7 ; \sqrt{64} = 8 ; \sqrt{81} = 9 ; \sqrt{100} = 10$$

## RECIPROQUE DE LA PROP. DE PYTHAGORE

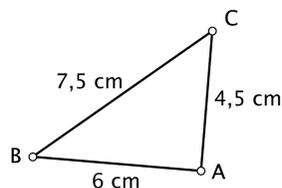
→ Permet de prouver qu'un triangle est rectangle.

$$\text{D'une part } BC^2 = 7,5^2 = 56,25$$

$$\text{D'autre part } AB^2 + AC^2 = 6^2 + 4,5^2 = 36 + 20,25 = 56,25$$

On constate que  $AB^2 + AC^2 = BC^2$ , donc d'après la réciproque de la propriété de Pythagore, ABC est rectangle en A.

Si l'égalité n'est pas vérifiée, on conclut directement que le triangle n'est pas rectangle.



## GRANDEURS

$$1 \text{ litre} = 1 \text{ dm}^3 = 1\,000 \text{ cm}^3 \quad \text{et} \quad 1 \text{ m}^3 = 1\,000 \text{ litres}$$

☑ Combien de litres d'eau pour remplir une piscine rectangulaire de 5 m par 4 m et de profondeur 1,5 m ?

$$V_{\text{piscine}} = 5 \times 4 \times 1,5 = 30 \text{ m}^3 = 30\,000 \text{ litres.}$$

☑ Un TGV parcourt 1600 km en 5 heures. Sa vitesse est

$$v = \frac{d}{t} = \frac{1600 \text{ km}}{5 \text{ h}} = 320 \text{ km/h (ou km} \cdot \text{h}^{-1}\text{)}$$

☑ Un robinet a un débit de 1,5 m<sup>3</sup>/h cela signifie que le robinet laisse couler 1,5 m<sup>3</sup> d'eau en 1 heure.

Le débit de ce robinet en L/min est de

$$1,5 \text{ m}^3 / \text{h} = \frac{1,5 \text{ m}^3}{1 \text{ h}} = \frac{1\,500 \text{ L}}{60 \text{ min}} = 25 \text{ L/min.}$$

## AIRES ET VOLUMES

$$A_{\text{Carré}} = \text{côté}^2$$

$$A_{\text{Rectangle}} = L \times l$$

$$A_{\text{Triangle}} = \frac{\text{Base} \times \text{Hauteur}}{2}$$

$$A_{\text{Sphère}} = 4 \times \pi \times r^2$$

$$V_{\text{Pavé droit}} = \text{Longueur} \times \text{largeur} \times \text{hauteur}$$

$$V_{\text{Cube}} = c^3$$

$$V_{\text{Prisme}} = \text{Aire de la base} \times \text{Hauteur} \quad V_{\text{Cylindre}} = \pi \times r^2 \times \text{Hauteur}$$

$$V_{\text{Pyramide}} = \frac{\text{Aire de la base} \times \text{Hauteur}}{3} \quad V_{\text{Cône}} = \frac{\pi \times r^2 \times \text{Hauteur}}{3}$$

$$V_{\text{Boule}} = \frac{4}{3} \pi \times r^3$$

☑ Dans un agrandissement ou une réduction de rapport **k**, les longueurs sont multipliées par **k**, les aires sont multipliées par **k<sup>2</sup>** et les volumes par **k<sup>3</sup>**

## TRIGONOMETRIE

Dans un triangle **rectangle**, pour un angle aigu  $\hat{\alpha}$  donné :

$$\sin \hat{\alpha} = \frac{\text{coté opp à } \hat{\alpha}}{\text{hypoténuse}} \quad \cos \hat{\alpha} = \frac{\text{coté adj à } \hat{\alpha}}{\text{hypoténuse}} \quad \tan \hat{\alpha} = \frac{\text{opp à } \hat{\alpha}}{\text{adj à } \hat{\alpha}}$$

→ Permet de calculer une longueur :

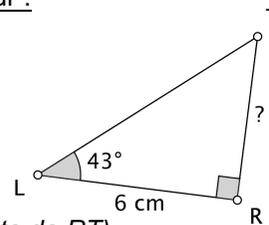
Dans le triangle rectangle RTL,

$$\text{on a } \tan \widehat{RLT} = \frac{RT}{RL},$$

$$\text{soit } \tan 43^\circ = \frac{RT}{6}$$

$$\text{d'où } RT = 6 \times \tan 43^\circ \text{ (valeur exacte de RT)}$$

$$\text{et } RT \approx 5,6 \text{ cm (valeur approchée au mm près)}$$



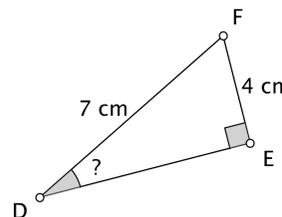
→ Permet de calculer un angle :

Dans le triangle rectangle EDF,

$$\text{on a } \sin \widehat{EDF} = \frac{EF}{DF} = \frac{4}{7}$$

$$\text{d'où } \widehat{EDF} \approx 35^\circ \text{ (à } 1^\circ \text{ près)}$$

On peut retenir : **CAHSOHTOA** (casse-toi)



## PROPRIETE DE THALES

→ Permet de calculer une longueur.

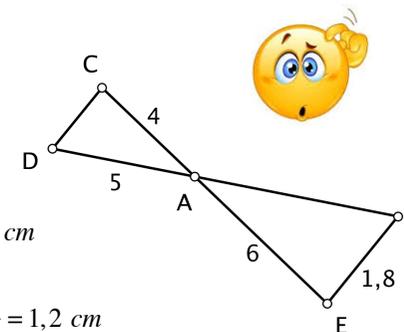
Les points A, C, E et A, D, F sont alignés, de plus les droites (CD) et (EF) sont **parallèles**, donc d'après la propriété de Thalès,

$$\text{on a } \frac{AC}{AE} = \frac{AD}{AF} = \frac{CD}{EF}$$

$$\text{soit } \frac{4}{6} = \frac{5}{AF} = \frac{CD}{1,8}$$

$$\text{d'où } AF = \frac{6 \times 5}{4} = 7,5 \text{ cm}$$

$$\text{et } CD = \frac{4 \times 1,8}{6} = \frac{7,2}{6} = 1,2 \text{ cm}$$



## RECIPROQUE DE LA PROP. DE THALES

→ Permet de prouver que deux droites sont parallèles.

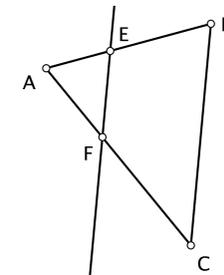
$$\text{D'une part } \frac{AE}{AB} = \frac{2}{5} = 0,4$$

$$\text{D'autre part } \frac{AF}{AC} = \frac{3}{7,5} = 0,4$$

$$\text{On constate que } \frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC}, \text{ de}$$

plus les points A, E, B et A, F, C sont alignés dans le même ordre, donc d'après la **réciproque de la propriété de Thalès** les droites (BC) et (EF) sont parallèles.

Si l'égalité n'est pas vérifiée, on conclut directement que les droites ne sont pas parallèles.



Ce mémento regroupe l'essentiel du programme de maths au brevet des collèges 2017

Collège de TERRE-SAINTE © Pascal DORR

Pour réviser : [www.maths974.fr](http://www.maths974.fr)